

高等学校 数学問題

1 次の各問いに答えよ。

(1) $\frac{3(x-2y+1)}{2} - \frac{x-9y-2}{3}$ を計算せよ。

(2) $-9x^2y^2 \times \left(-\frac{1}{6}x^2y^3\right)^2 \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)^3$ を計算せよ。

(3) $(2x-3y+1)(2x+3y-1)$ を展開せよ。

(4) $x^2 - (y-1)^2 - 2x + 1$ を因数分解せよ。

(5) $\sqrt{\frac{252}{n}}$ が整数となるような自然数 n をすべて求めよ。

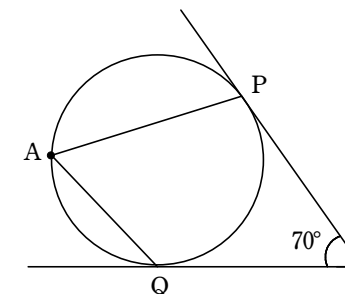
(6) 2次方程式 $x^2 - 8x + a = 0$ の1つの解が $x = 4 - 2\sqrt{3}$ であるとき、 a の値とその他の解を求めよ。

(7) 大小2つのさいころを同時に1回投げ、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。このとき、 $2^a \times 3^b$ の値が100以下となる確率を求めよ。

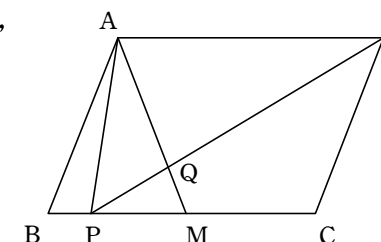
(8) 8人の小学生が1年間に読んだ本の冊数を少ない順に並べると、下のようになった。平均値と中央値が同じとき、 x の値を求めよ。

12, 30, 47, 58, x , 114, 120, 121

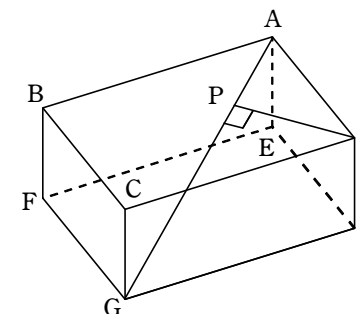
(9) 右の図において、 $\angle PAQ$ の大きさを求めよ。ただし、2点 P, Q は接点とし、点 A は円周上の点とする。



(10) 右の図の平行四辺形 $ABCD$ において、 BC の中点を M とし、 BM 上に $BP : PM = 1 : 2$ となるように点 P をとり、さらに AM と DP の交点を Q とする。ここで、 $\triangle PQM$ の面積を1とする。このとき、 $\triangle APQ$ の面積と四角形 $CDQM$ の面積をそれぞれ求めよ。

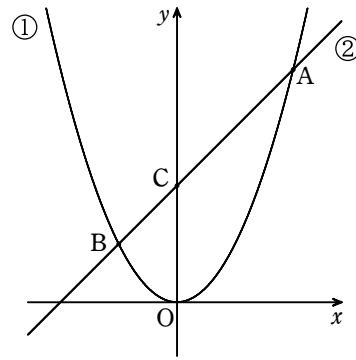


(11) 右の図のように、 $AB = 3, AD = 2, AE = 1$ の直方体 $ABCD-EFGH$ がある。この直方体の対角線 AG に頂点 D から垂線 DP を下ろす。このとき、 AG と DP の長さをそれぞれ求めよ。



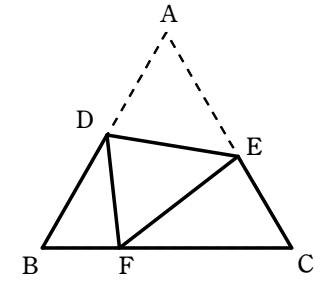
2 右の図のように、放物線 $y = \frac{1}{4}x^2 \dots$ ① のグラフと直線 ② が 2 点 A, B で交わっている。直線 ② が点 C(0, 8) を通り、 $\triangle OAC$ の面積を 32 とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A の座標を求めよ。
- (2) 直線 ② の式を求めよ。
- (3) 点 B の座標を求めよ。
- (4) 点 C を通り、 $\triangle OAB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。
- (5) 放物線 ① 上に点 P をとる。 $\triangle PAB : \triangle OAB = 5 : 8$ となるとき、点 P の x 座標をすべて求めよ。



3 右の図は正三角形 ABC の紙を頂点 A が辺 BC 上の点 F に重なるように、線分 DE を折り目として折ったときの図である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle FDB \sim \triangle EFC$ を証明せよ。
- (2) $BF = 3, FD = 7, DB = 8$ であるとき、AE の長さを求めよ。



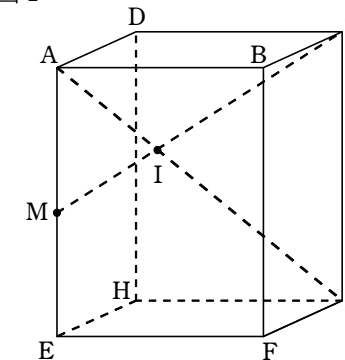
4 容器 A には 12 % の食塩水が 1500 g, 容器 B には 4 % の食塩水が 500 g 入っている。
容器 A から x g, 容器 B から y g を同時に取り出して入れかえた。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 入れかえた後の容器 A と容器 B の食塩の量をそれぞれ x と y を用いて表せ。
- (2) 入れかえた後の容器 A には 1300 g の食塩水が入っており, 濃度は容器 A と容器 B で等しくなった。このとき, x, y の値を求めよ。

5 (1) 図 1 のように, $AB = 8, AD = 6, AE = 10$ の直方体 $ABCD-EFGH$ がある。AE の中点を M とし, 直線 AG と直線 CM との交点を I とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- ① CM の長さを求めよ。
- ② $AI : IG$ を最も簡単な整数比で答えよ。

図 1



(2) 図 2 のように (1) の直方体 $ABCD-EFGH$ の AD 上に $AP : PD = 3 : 1$ となる点 P をとり, 直線 PI と面 AEFB との交点を Q とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- ① $PI : IQ$ を最も簡単な整数比で答えよ。
- ② 4 点 A, I, M, Q を頂点とする四面体の体積を求めよ。

図 2

