令和５年度　弘学館入学試験

高等学校 数学問題

1　次の各問いに答えよ。ただし，円周率は π とする。

(1)　$\dfrac{5x-4y}{6}-\dfrac{3x-2y}{4}$ を計算せよ。

(2)　$(-2ab^2)^3\div\dfrac{16}{9}a^3b^2\times\left(-\dfrac{2}{3}ab\right)^2$ を計算せよ。

(3)　$(\sqrt{3}+1)^2-\dfrac{6-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。

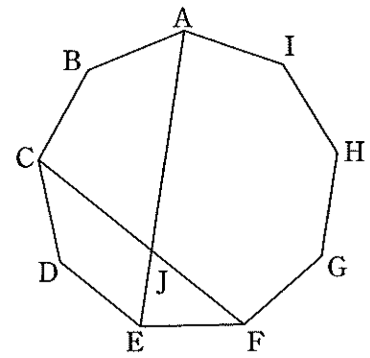
(4)　２つの関数 $y=ax^2$ と $y=\dfrac{5}{x}$ について，x の値が１から５まで増加するときの変化の割合が等しいとき，定数 a の値を求めよ。

(5)　45^2 を計算し，それを利用して，方程式 $x^2-2\sqrt{2}x-2023=0$ を解け。

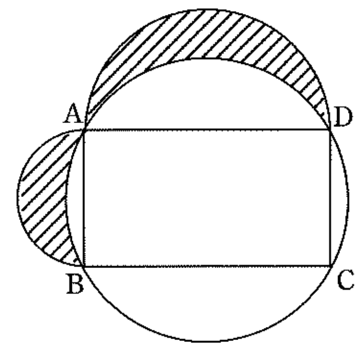
(6)　２つのさいころ A，B を同時に投げ，出た目の数をそれぞれ a，b とする。$\dfrac{b}{a}$ が整数となる確率を求めよ。

(7)　x は千の位，y は一の位の数とし，４桁の自然数 $x81y$ が 12 で割り切れるような (x,y) の組は全部で何組あるか求めよ。

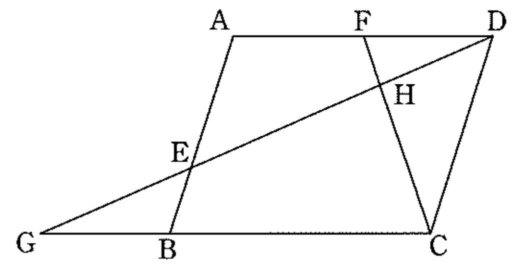
(8)　下の図の正九角形 ABCDEFGHI において，AE と CF の交点を J とする。このとき，∠AJC の大きさを求めよ。



(9)　下の図のように，AB=3，AD=4 の長方形 ABCD が円に内接している。AB，AD を直径とする半円をそれぞれ描いたとき，２つの斜線部分の面積の和を求めよ。



(10)　下の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 AB，AD 上にそれぞれ点 E，F があり，AE : EB＝2 : 1，AF : FD＝1 : 1 である。直線 BC と DE の交点を G，DG と CF の交点を H とする。このとき，DH:HE:EG を最も簡単な整数の比で表せ。



□2　右の図のように，放物線 C : $y=x^2$ と直線 ℓ : $y=x+20$ が2点 P，Q で交わっている。次の問いに答えよ。

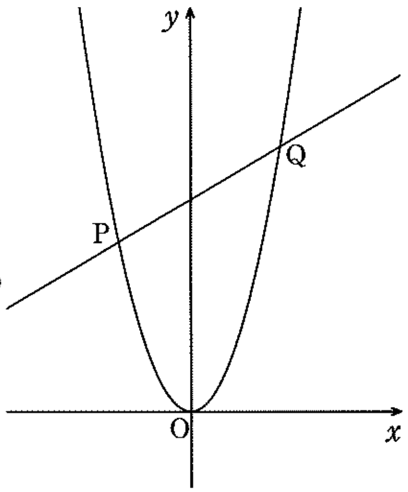
(1)　P，Q の座標を求めよ。

(2)　P を通り，傾き -6 の直線と C との交点を R とする。

（i）　R の座標を求めよ。

（ii）　△PQR の面積を求めよ。

（iii）　傾き -1 の直線が △PQR の面積を２等分するとき，この直線の式を求めよ。

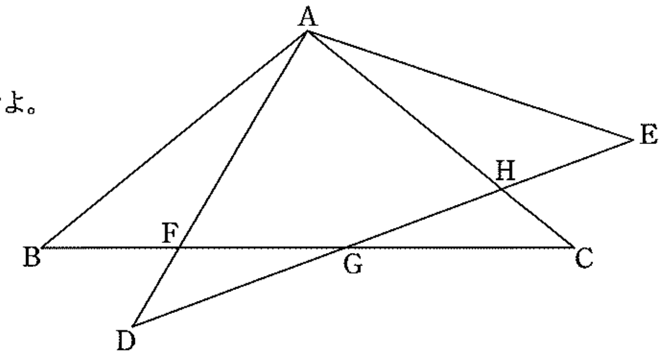


□3　下の図のように，AB＝AC＝5，BC＝8 の二等辺三角形 ABC がある。△ABC を頂点 A を中心に回転させたものを △ADE とし，この２つの三角形の辺どうしの交点をそれぞれ F，G，H とする。BF＝2 であるとき，次の問いに答えよ。

(1)　AF の長さを求めよ。

(2)　△ABF ∽ △GDF であることを証明せよ。

(3)　四角形 AFGH の面積を求めよ。

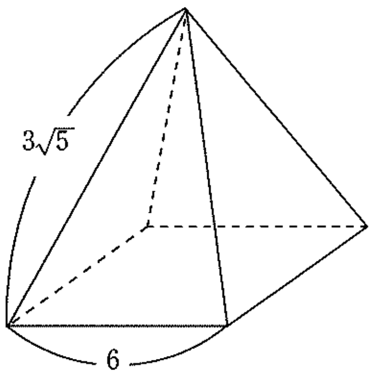


$\boxed{4}$　右の図のように，底面は１辺の長さが６の正方形，他の辺の長さが $3\sqrt{5}$ の正四角錐がある。次の問いに答えよ。

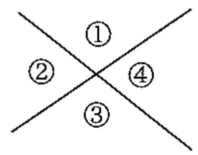
(1)　この正四角錐の体積を求めよ。

(2)　この正四角錐に内接する球の半径を求めよ。

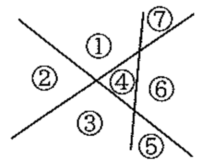
(3)　この正四角錐に外接する球の半径を求めよ。



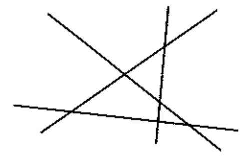
$\boxed{5}$　平面上に n 本の直線を引くとき，「どの３本の直線も１点で交わらず，かつ，どの２本の直線も平行でない」場合，領域が何個できるか考えてみよう。



$n=2$ のとき



$n=3$ のとき



$n=4$ のとき

上図より，$n=2$ のとき　４個

$n=3$ のとき　７個

$n=4$ のとき　$\boxed{ア}$ 個　となる。

一般に，n 本の直線 ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3，……，ℓ_n が引かれた状態から $n+1$ 本目の直線 ℓ_{n+1} を引くと，ℓ_{n+1} は ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3，……，ℓ_n により $\boxed{イ}$ 本の半直線と $\boxed{ウ}$ 本の線分とに分けられる。これらの半直線および線分により領域の数が $\boxed{エ}$ 個増えることがわかる。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{エ}$ に入る数または式をそれぞれ求めよ。

(2)　$n=8$ のとき，できる領域の個数を求めよ。

(3)　100 個以上の領域を作るためには，最低何本の直線を引く必要があるか求めよ。