令和４年度　弘学館入学試験

高等学校 数学問題

1　次の各問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{1}{2}xy^4 \div \left(-\dfrac{3}{2}xy^2\right)^3 \times (-9x^2y)^2$ を計算せよ。

(2)　$\dfrac{x-y}{3}-\dfrac{y-z}{2}-z+x$ を計算せよ。

(3)　$(\sqrt{5}-\sqrt{3}+1)(\sqrt{5}+\sqrt{3}-1)+(\sqrt{5}+\sqrt{3}-1)^2$ を計算せよ。

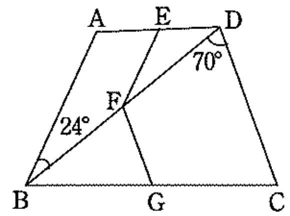
(4)　$x^2+xy+x-2y-6$ を因数分解せよ。

(5)　x，y についての２つの連立方程式 $\begin{cases}2x+y=1\\ mx+ny=-14\end{cases}$ と $\begin{cases}4x+3y=-1\\ nx-my=-\dfrac{3}{2}\end{cases}$ が同じ解をもつとき，定数 m，n の値を求めよ。

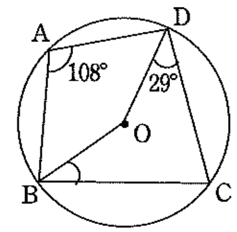
(6)　ある自然数を２乗して３をたす計算を，誤って２倍して３を引いたため，正しい答えより 30 小さくなった。正しい答えはいくらになるか答えよ。

(7)　縦の長さが 133，横の長さが 570 である長方形において，長方形をできるだけ大きい正方形で切り取れるだけ切り取る。残った部分の長方形も同様に，その長方形をできるだけ大きい正方形で切り取れるだけ切り取る。この作業を，最初の長方形がすべて正方形で切り取られるまで繰り返す。このとき，切り取られた正方形のうち，最も小さい正方形の１辺の長さを求めよ。

(8)　右の図において，E，F，G はそれぞれ AD，BD，BC の中点である。AB＝DC，∠ABD＝24°，∠CDB＝70° のとき，∠GEF の大きさを求めよ。



(9)　右の図において，∠OBC の大きさを求めよ。ただし，点 O は円の中心である。



(10)　下の図１のように，厚さ 1 cm の板に直径 8 cm の円形の穴があいている。この板を水平な机の上に置き，そこに球を入れたところ，球は穴のふちと机の面に図２のように接した。このとき，球の半径を求めよ。

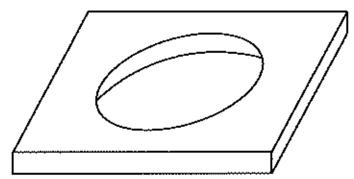


図１

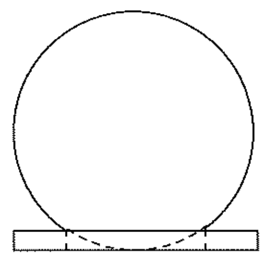


図２

(11)　サイコロ A，サイコロ B はいずれも立方体で，A には各面に１から６の数字が一つずつ，B には各面に４から９の数字が一つずつ書かれている。サイコロ A とサイコロ B を同時に投げたとき，サイコロ B の目の方が大きい確率を求めよ。

(12)　下の値はある学校のハンドボール投げの 10 人の記録である。平均値と中央値を求めよ。

18，7，20，8，16，11，17，16，8，9　（単位は m）

$\boxed{2}$　ある商店で商品を仕入れた際，仕入れた数の 10% は売れ残ることを想定して，利益が 20,000 円になるように売値をつけた。しかし，販売を始めると予想より売れ行きが悪く，全体の 75% を売り切った時点で，残りは大特価セールとして仕入れ値で販売したところ，すべての商品が完売したので利益が 21,000 円になった。このとき，次の問いに答えよ。ただし，消費税は考えないものとする。

(1)　仕入れの際にかかった金額を a 円，予定した売値で完売したときの売り上げを b 円とするとき，問題の条件から a，b の連立方程式をつくれ。

(2)　商品を仕入れる際にかかった金額を求めよ。

(3)　もし，売値ですべての商品が完売していたとすると，利益はいくらになるか求めよ。

(4)　商品１個あたりの売値と仕入れ値の差額は 100 円未満で，売値も仕入れ値も 10 円の整数倍とするとき，商品１個の仕入れ値と売値，および仕入れた商品の個数を求めよ。なお，必要ならば，商品１個の仕入れ値を x 円，売値を y 円，仕入れた商品の個数を z 個として式を表して求めてもよい。

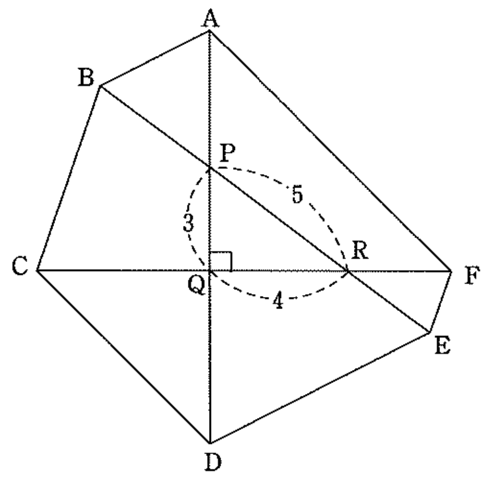
$\boxed{3}$　関数 $y=ax^2$ について，x 座標が -3，4，b，$b+3$ であるグラフ上の点をそれぞれ A，B，C，D とする。直線 AB の傾きが $\frac{1}{2}$ であり，x の値が b から $b+3$ まで増加するときの変化の割合と等しいとき，次の問いに答えよ。

(1)　定数 a，b の値を求めよ。

(2)　直線 BC の式を求めよ。

(3)　点 C を通り，四角形 CDBA の面積を二等分する直線の式を求めよ。

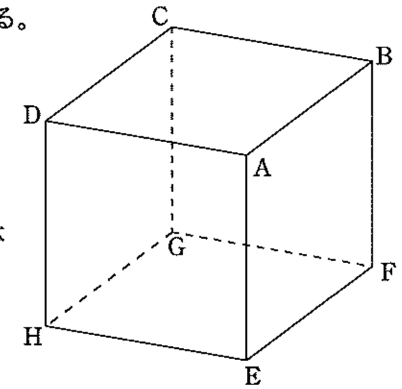
$\boxed{4}$　右の図のように，PQ=3，QR=4，RP=5，∠PQR=90° の直角三角形 PQR がある。
PQ，QR，RP をそれぞれ延長し，PA=PB=4，QC=QD=5，RE=RF=3 となるように点 A，B，C，D，E，F をとる。このとき，次の問いに答えよ。



(1)　△BCR と△PQR の面積比を最も簡単な整数の比で表せ。

(2)　六角形 ABCDEF の面積を求めよ。

$\boxed{5}$　右の図のように，１辺の長さが６の立方体 ABCD－EFGH がある。このとき，次の問いに答えよ。



(1)　この立方体を，点 B，D，E を通る平面で切ったときの切り口の図形の名称を答えよ。また，その図形の面積を求めよ。

(2)　この立方体から，４つの三角錐 ABDE，CDBG，HEDG，FBEG を切り取った残りの立体の名称を答えよ。また，その立体の体積を求めよ。

(3)　(2) でできた残りの立体に内接する球の半径を求めよ。