

高等学校 数学問題

1 次の各問いに答えよ。ただし、円周率は π とする。

(1) $\frac{x+2y+5}{4} + \frac{4x-y+3}{3} - \frac{3x+y-2}{6}$ を計算せよ。

(2) $\frac{(-xy)^3}{2} \div \left(\frac{x^2y}{3}\right)^2 \times \frac{x}{y}$ を計算せよ。

(3) $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{5}$ のとき, $(x - \sqrt{7})(y - \sqrt{7})$ の値を求めよ。

(4) $(x-y)^2 - (y+3)^2 + 3x+9$ を因数分解せよ。

(5) 最大公約数が4, 和が36である2つの自然数の組がある。

このような自然数の組のうち, 最小公倍数が最大となる組を求めよ。

(6) x についての2次方程式 $x^2 + ax + a + 1 = 0$ の2つの解の差が1となる定数 a の値をすべて求めよ。

(7) $\sqrt{n^2 + 136}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ。

(8) 1から8までの番号が書かれた8枚のカードが箱に入っている。

この箱から同時に3枚取り出すとき, 次の問いに答えよ。

(ア) 番号が3連続になる確率を求めよ。

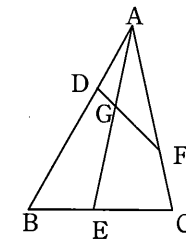
(イ) どの2枚も番号が連続しない確率を求めよ。

(9) 右の図のように, 面積が S である $\triangle ABC$ において,

辺 AB , BC , CA 上にそれぞれ $AD : DB = 1 : 3$, $BE : EC = 3 : 4$,

$CF : FA = 2 : 3$ となる点 D , E , F をとる。

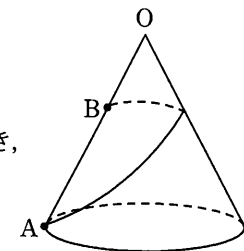
AE と DF の交点を G とするとき, $\triangle AGF$ の面積を S を用いて表せ。



(10) 右の図のように, 底面の半径が4, 母線の長さが12の円錐がある。

頂点を O , 底面の1点を A とし, 母線 OA 上に $OB : BA = 1 : 2$

となる点 B をとる。図のように, 側面に点 A から点 B までひもをかけたとき, 最も短くなるひもの長さを求めよ。



2 A市から180 km離れたB市に行くのに、電車とバスを乗り継いで3時間かかった。
電車の速さは時速80 km、バスの速さは時速40 kmとして、電車、バスそれぞれで移動した道のりと時間を求めるために、太郎さんと花子さんはそれぞれ連立方程式をつくった。以下は2人の会話である。これを読んで、次の問いに答えよ。ただし、乗り継ぎの時間や電車、バスの加速、減速の時間は考えないものとする。

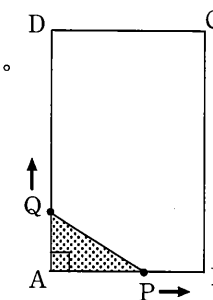
(太郎) ぼくは を x [単位 i]、 を y [単位 i] として次のような連立方程式をつくったよ。

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ \frac{x}{80} + \frac{y}{40} = \text{①} \end{cases}$$

(花子) わたしは を x [単位 ii]、 を y [単位 ii] として次のような連立方程式をつくったよ。

$$\begin{cases} 80x + 40y = \text{②} \\ \text{③} = \text{④} \end{cases}$$

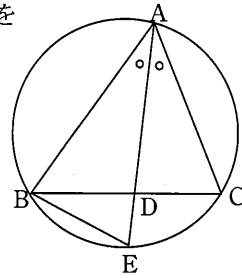
3 右の図のように、 $AB = 4$ cm、 $AD = 8$ cmの長方形 ABCD がある。
2点 P、Q はそれぞれ頂点 A を同時に出発し、長方形の辺上を矢印の向きに動く。
点 P は秒速 3 cm で B、C を通って D に向かい、点 Q は秒速 2 cm で D、C を通って B に向かい、2点が出会ったところで動きを止める。
このとき、次の問いに答えよ。



- (1) 2点 P、Q が会えるのは、出発してから何秒後か求めよ。
- (2) $\triangle APQ$ の面積が最大となるのは、出発してから何秒後か求めよ。
- (3) $\triangle APQ$ の面積が 10 cm^2 となるのは、出発してから何秒後かすべて求めよ。

- (1) 文章中の ~ に入る適切な言葉を答えよ。
- (2) 文章中の [単位 i] 及び [単位 ii] に入る適切な単位を答えよ。
- (3) 連立方程式の中の ~ に入る適切な数や式を答えよ。
- (4) 電車で移動した道のりと時間をそれぞれ求めよ。

- 4 右の図のように、 $AB = 12$ 、 $BC = 11$ 、 $CA = 10$ である $\triangle ABC$ の外接円を O とし、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D 、円 O との交点を E とする。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) BD の長さを求めよ。
- (2) A から BC に下ろした垂線の長さを求めよ。
- (3) AD 、 DE の長さをそれぞれ求めよ。
- (4) 円 O の半径を求めよ。

- 5 右の図は、1辺の長さが2の正三角形を8個並べた図形で、ある立体の展開図になっている。この立体を、立体 P とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 立体 P の名称を答えよ。
- (2) 立体 P の体積を求めよ。
- (3) 立体 P の隣り合う面どうしの重心を結んでできる立体の体積を求めよ。

