令和 2 年度　弘学館入学試験

高等学校 数学問題

1　次の各問いに答えよ。ただし，円周率は π とする。

(1)　$\dfrac{x+y}{2}-\dfrac{x-y}{3}-\dfrac{2x+3y}{6}$ を計算せよ。

(2)　$\dfrac{3}{8}xy^2\div\left(-\dfrac{3}{2}x^2y\right)^3\times\left(\dfrac{3}{2}x^2y\right)^2$ を計算せよ。

(3)　$3\sqrt{48}-\dfrac{6\sqrt{(-2)^2}}{\sqrt{3}}+\dfrac{(\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

(4)　$x+y+z=0$ のとき，$\left(1+\dfrac{z}{x}\right)\left(1+\dfrac{z}{y}\right)$ の値を求めよ。

(5)　$x^2+xy-4x-y+3$ を因数分解せよ。

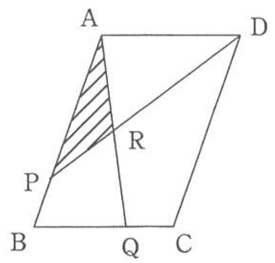
(6)　2 けたの整数がある。十の位と一の位の数の和が 8 であり，十の位と一の位の数を入れ替えてできる数はもとの数より36 大きい。このとき，もとの数を求めよ。

(7)　a は正の数とする。x の 2 次方程式 $x^2+(2a+3)x+5a=0$ の解の 1 つが $x=-a$ のとき，a の値と他の解を求めよ。

(8)　$\sqrt{5+3a}$ の整数部分が 5 になるような自然数 a をすべて求めよ。

(9)　$\boxed{-2}\ \boxed{-1}\ \boxed{0}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{4}$ の 7 枚のカードの中から同時に 2 枚を引いて組をつくるとき，引いた組の数の積が正の数になる確率を求めよ。

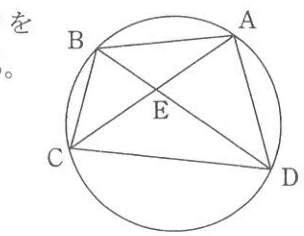
(10)　右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 AB 上に AP:PB＝3:1 となる点 P をとり，辺 BC 上に BQ:QC＝2:1 となる点 Q をとる。AQ と PD の交点を R とし，平行四辺形 ABCDの面積を S_1，△APR の面積を S_2 とするとき，面積の比 $\dfrac{S_2}{S_1}$ を求めよ。



(11)　右の図のように，半径 6 の円 O の円周上にある 4 点 A，B，C，D を頂点とする四角形 ABCD があり，対角線 AC，BD の交点を E とする。AB＝AD，CA＝CD，∠BAD＝100° のとき，次の問いに答えよ。

(ア)　∠BEC の大きさを求めよ。

(イ)　2 点 C，D を含まない $\overset{\frown}{AB}$ の長さを求めよ。



$\boxed{2}$ 容器Ａには濃度 15 ％の食塩水，容器Ｂには濃度６％の食塩水がたくさん入っており，順に次の操作 (i)，(ii)，(iii) を行った。

【操作】

(i) 容器Ａ，Ｂから食塩水をそれぞれ取り出して混ぜ合わせ，濃度９％の食塩水を 300 g つくった。

(ii) 容器Ａから取り出した食塩水に水 160g を混ぜ合わせて濃度９％の食塩水をつくった後，それに容器Ｂから取り出した食塩水を混ぜ合わせて濃度７％の食塩水をつくった。

(iii) (i) と (ii) でつくった食塩水をすべて混ぜ合わせて食塩水をつくった。

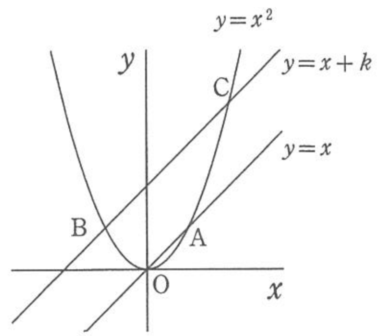
このとき，次の問いに答えよ。

(1) (i) の操作で，容器Ａ，Ｂから取り出した食塩水の重さをそれぞれ求めよ。

(2) (ii) の操作で，容器Ａ，Ｂから取り出した食塩水の重さをそれぞれ求めよ。

(3) (iii) の操作後にできた食塩水の濃度を求めよ。

$\boxed{3}$ 右の図のように，放物線 $y=x^2$ と，２本の直線 $y=x$，$y=x+k\ (k>0)$ との交点をそれぞれ O，A，B，C とする。
また，線分BC の長さが $3\sqrt{2}$，台形 OACB の面積が４である。
このとき，次の問いに答えよ。



(1) 点Ａの座標を求めよ。

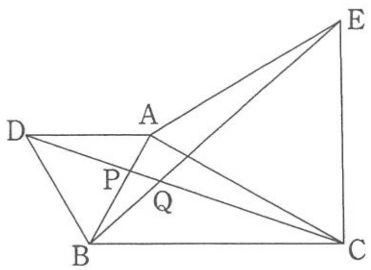
(2) 点Ａから直線 BC に垂線 AH を下ろすとき，AH の長さと k の値を求めよ。

このあとの問いでは，k は (2) で求めた値とする。

(3) 点Ａを通り直線 OC に平行な直線が，$y=x+k$ と交わる点Ｄの座標を求めよ。

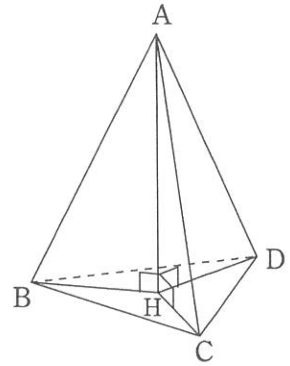
(4) 原点を通り台形 OACB の面積を２等分する直線の式を求めよ。

4　右の図のように，$\angle A=90°$，AB=1，BC=2 の △ABC があり，AB を１辺とする正三角形 ADB と AC を１辺とする正三角形 ACE を，それぞれ △ABC の外側に作る。
CD と AB，BE との交点をそれぞれ P，Q とする。
このとき，次の問いに答えよ。



(1)　DP:PC を最も簡単な整数の比で表せ。
(2)　△ADC の面積を求めよ。
(3)　CD の長さを求めよ。
(4)　△BQP の面積を求めよ。

5　右の図のように，AB＝AC＝AD＝6，BC＝CD＝DB＝4 である正三角錐 ABCD があり，頂点 A から △BCD に垂線 AH を下ろす。このとき，次の問いに答えよ。



(1)　H を中心とする半径が BH の円をかくと，その円上に点 C ，点 D があることを次のように証明した。
次の $\boxed{}$ に最も適することばを解答欄に書け。

（証明）
3 つの三角形 △AHB，△AHC，△AHD について，
問題文より
　AB＝AC＝AD　…①
また，点 A から △BCD に垂線を下ろしているので，
　∠AHB＝∠AHC＝∠AHD ＝90°　…②
また，AH は共通　…③　である。
①，②，③より，$\boxed{}$ から
　△AHB ≡ △AHC ≡ △AHD
合同な図形では対応する辺の長さは等しいから
　BH＝CH＝DH　となる。
このことから，H を中心とする半径が BH の円上に点 C ，点 D があることがわかる。

(2)　AH の長さを求めよ。
(3)　△ABC の面積を求めよ。
(4)　D から △ABC に垂線 DK を下ろす。DK の長さを求めよ。