平成31年度　弘学館入学試験

高等学校 数学問題

1　次の各問いに答えよ。ただし円周率は π とする。

(1)　$2x-\dfrac{8x-5y}{3}-\dfrac{4x+3y}{4}$ を計算せよ。

(2)　$\left(-\dfrac{4}{3}x^2y^3\right)^3\div\left(-\dfrac{4}{9}x^2y^5\right)^2\div\boxed{}=\dfrac{3x^3}{2y^3}$ をみたす $\boxed{}$ を埋めよ。

(3)　$(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})$ を計算せよ。

(4)　$4ab^2-a+2b-1$ を因数分解せよ。

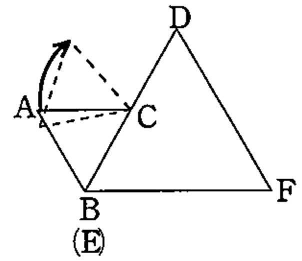
(5)　$\sqrt{39+a^2}$ が整数となるような，整数 a の値をすべて求めよ。

(6)　$x^2-4x-1=0$ の小さい方の解を $x=a$ とする。a および $(a^2-4a+5)(a^2-3a-1)$ の値を求めよ。

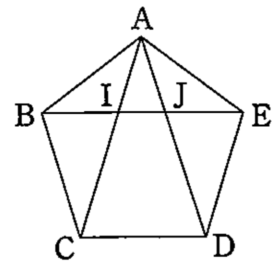
(7)　下の表は，1問1点で10点満点のテストを，弘君と学君に加えA～Hの計10人の生徒が受験した結果である。10人の平均点は6点で，7点以上を合格とする。合格者の平均点と不合格者の平均点に5点の差があった。また，弘君は合格し学君は不合格であった。このとき，弘君と学君の得点をそれぞれ求めよ。

氏名	弘	学	A	B	C	D	E	F	G	H
得点	?	?	4	8	6	10	1	3	5	9

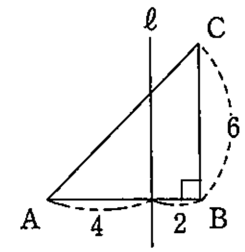
(8)　1辺の長さが1の正三角形ABCと1辺の長さが2の正三角形DEFがある。図のように正三角形ABCが正三角形DEFの外周にそって，すべることなく回転しながら元の位置まで戻るとき，頂点Aが描く曲線の長さを求めよ。



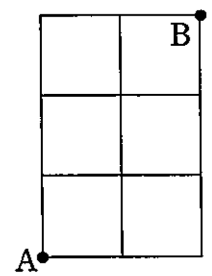
(9)　図のような1辺の長さが1である正五角形ABCDEにおいて，対角線ACとBEの交点をI，対角線ADとBEの交点をJとする。このとき，BEおよびIJの長さを求めよ。



(10)　図のような△ABCと辺ABに垂直な直線 ℓ がある。
△ABCを直線 ℓ の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。



(11)　点Pははじめ，点Aの位置にある。
コインを投げて，次のルールに従って点Pが動く。
　表が出た場合は点Pは上に1つ移動する。
　裏が出た場合は点Pは右に1つ移動する。
　ただし，移動できないときはその位置に留まる。
このとき，次の問いに答えよ。
(ア)　コインを5回投げて，点Pが点Bの位置にある確率を求めよ。
(イ)　コインを6回投げて，点Pが点Bの位置にある確率を求めよ。



2 ２つの容器Ａ，Ｂがある。容器Ａには x％の食塩水 200 g，容器Ｂには y％の食塩水 300 g が入っている。まず，容器Ａから 100 g 取り出し，容器Ｂに入れてよくかき混ぜ，次に，容器Ｂから 200 g 取り出し，容器Ａに入れる。これを１回の操作とし，この操作を２回行うとき，次の問いに答えよ。

(1) １回目の操作を行った後，Ａ，Ｂの食塩の量を x，y で表せ。

(2) Ａの濃度は，１回目の操作を行った後は 11％で，２回目の操作を行った後は 10％であった。このとき，x，y の値を求めよ。

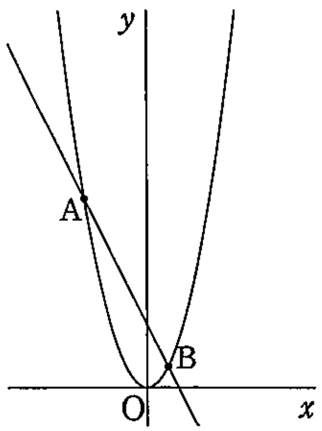
3 図のように，直線 $y=-2x+3$ と放物線 $y=x^2$ との交点のうち，x 座標が負であるものをＡ，x 座標が正であるものをＢとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点Ａの座標を求めよ。

(2) 点Ｂを通り，△ABO の面積を２等分する直線の式を求めよ。

(3) y 軸上に AP＝BP となる点Ｐをとるとき，点Ｐの y 座標を求めよ。

(4) 放物線上に，原点Ｏと異なる点Ｑをとる。△ABO の面積と △ABQ の面積が等しくなるとき，点Ｑの x 座標をすべて求めよ。

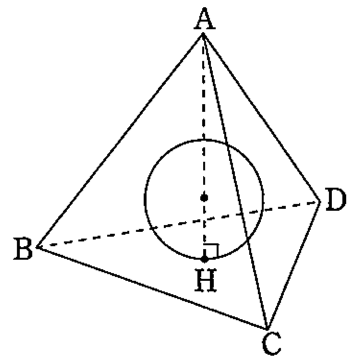


4 １辺の長さが６の正四面体 ABCD に球が内接している。頂点Ａから底面 BCD へ垂線 AH を引く。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 線分 AH の長さを求めよ。

(2) 正四面体 ABCD の体積を求めよ。

(3) 内接球の半径を求めよ。



5 弘君「去年は，明治維新から 150 年で話題となりましたね。ところで，2020 年の東京オリンピックの年はうるう年で，また西暦 1900 年はうるう年でなく西暦 2000 年はうるう年だと聞いたんだけど，どのようなしくみだったっけ。」

学君「① 西暦の年数が４で割り切れる年をうるう年とする。
② 西暦の年数が４で割り切れても，100 で割り切れる年はうるう年としない。
③ 西暦の年数が 100 で割り切れても，400 で割り切れる年はうるう年とする。
となってるんだよ。」

上の会話を元に，次の問いに答えよ。

(1) 今年，弘君の 15 歳の誕生日(西暦 2019 年３月 17 日)は日曜日だが，再び弘君の誕生日が日曜日になるのは西暦何年か答えよ。

(2) 佐賀の７賢人の１人「佐野常民」は西暦 1823 年２月８日に生まれ，西暦 1902 年 12 月７日に亡くなりました。「佐野常民」は何回うるう年を迎えたか。

(3) 西暦 1822 年の 12 月７日は土曜日である。西暦 1902 年 12 月７日は何曜日か。