平成30年度　弘学館入学試験

高等学校 数学問題

1　次の各問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{-3a+2b}{2}-\left(b-\dfrac{2a-b}{3}\right)$ を計算せよ。

(2)　$\left(-\dfrac{3}{2}x^2y\right)^3\div 6xy^4\times\left(\dfrac{4y}{x^2}\right)^2$ を計算せよ。

(3)　$\dfrac{\sqrt{18}}{2}\left(\sqrt{6}-\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)+(\sqrt{3}-1)^2$ を計算せよ。

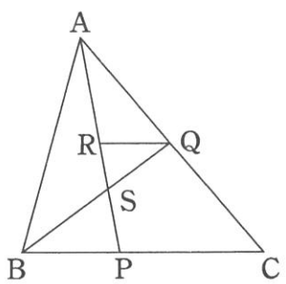
(4)　$x-y=12$ のとき，$\dfrac{3x+y}{2}-\dfrac{2}{3}(x+2y)$ の値を求めよ。

(5)　$x^2-xy+xz+yz-2z^2$ を因数分解せよ。

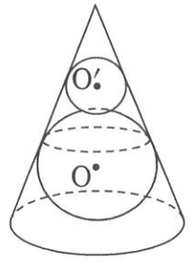
(6)　x についての2次方程式 $x^2+(a+1)x+a^2-4=0$ の解の1つが a であるとき，定数 a の値を求めよ。

(7)　最大公約数が3で，最小公倍数が270である2つの自然数のうち，和が57である2つの数を求めよ。

(8)　図のように，△ABCの辺BC上に，BP：PC＝2：3となる点Pをとる。また，辺ACの中点をQとし，点Qを通り辺BCに平行な直線が線分APと交わる点をRとする。線分APと線分BQの交点をSとするとき，AR：RSを最も簡単な整数の比で表せ。



(9)　図のように，半径20 cmの球Oが直円錐の底面と側面に内接している。さらにその上に，球Oと外接し，直円錐の側面に内接する半径4 cmの球O′がある。このとき，球Oと直円錐が接してできる円の周の長さを求めよ。ただし，円周率は π とする。



(10)　弘君がいるクラス40名が，5点満点の小テストを受けたところ，右の表のような点数の分布となり，平均点は3.5点となった。このとき，a，b の値を求めよ。

階級	度数
0	1
1	3
2	5
3	a
4	b
5	11
計	40

2　図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，3 点 A$(-1,\ 1)$，B$(2,\ 4)$，C$(3,\ 9)$ がある。このとき，次の問いに答えよ。

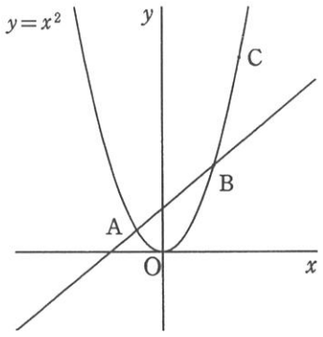
(1)　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めよ。

(2)　2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

(3)　点 D を四角形 ABCD が平行四辺形になるようにとる。このとき，点 D の座標を求めよ。

(4)　(3) のとき，原点を通り，四角形 ABCD の面積を二等分する直線の式を求めよ。

(5)　(3) のとき，△ACP の面積が四角形 ABCD の面積に等しくなるように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 P をとる。このとき，点 P の x 座標としてとりうる値をすべて求めよ。



3　100 円硬貨と 500 円硬貨が全部で 30 枚ある。まず，100 円硬貨をすべて 50 円硬貨 2 枚に両替してから，500 円硬貨をすべて 100 円硬貨 5 枚に両替したところ，硬貨の枚数は全部で 87 枚になった。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　最初，100 円硬貨と 500 円硬貨は何枚ずつあったのかを求めよ。

(2)　次に，87 枚の硬貨のうち，x 枚の 100 円硬貨を 50 円硬貨 2 枚に両替し，残りの 100 円硬貨のうち，y 枚の 100 円硬貨を 50 円硬貨 1 枚と 10 円硬貨 5 枚に両替したところ，硬貨の枚数は全部で 151 枚になった。さらに，151 枚中の 100 円硬貨全部と 50 円硬貨の半分の枚数を使うと，残りの硬貨の枚数は 91 枚になった。このとき，x と y の値を求めよ。

4　1，2，3 の番号が 1 つずつ書かれたカードが 2 枚ずつ合計 6 枚あり，最初は 1，2，3，3，2，1 の順に左から横 1 列に並べられている。次に，大小 2 個のサイコロを同時に投げ，出た目をそれぞれ a，b として，次の操作を行う。

(操作)　$a=b$ のときは，カードは動かさない。

$a \neq b$ のときは，左から a 番目のカードと b 番目のカードを入れ替える。

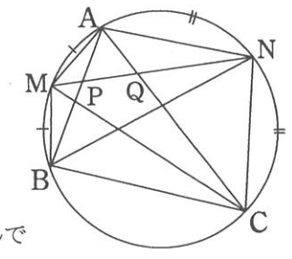
例えば，$a=5$, $b=5$ のときは，カードの並びは 1，2，3，3，2，1 となり，$a=1$, $b=4$ のときは，カードの並びは 3，2，3，1，2，1 となる。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　この操作を 1 回行ったとき，右端のカードが偶数になる確率を求めよ。

(2)　この操作を 1 回行ったとき，カードの並びが 1，2，3，3，2，1 となる確率を求めよ。

(3)　この操作を 2 回行ったとき，カードの並びが 1，2，3，3，2，1 となる確率を求めよ。

5　右の図のように，円周上に 5 点 A，M，B，C，N がある。M，N はそれぞれ $\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{AC}$ の中点であり，線分 MN と線分 AB，AC との交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，次の問いに答えよ。



(1)　△AMP∽△NAQ であることを下のように証明した。

(i) ～ (iv) に最も適するものを，あとのア～シからそれぞれ選んでその記号を書き，この証明を完成させよ。

(証明)　△AMP と △NAQ において，1つの円に関して，
長さの等しい弧に対する (i) の大きさは等しいので，
∠PAM＝∠ (ii) ……①
同様に，∠AMP＝∠ (iii) ……②
①，② より，(iv) ので，△AMP∽△NAQ である。

ア　対頂角　　イ　中心角　　ウ　円周角　　エ　MPA　　オ　AQN　　カ　QNA
キ　NAQ　　ク　BNM　　ケ　MCA　　コ　3 組の辺の比がすべて等しい
サ　2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい　　シ　2 組の角がそれぞれ等しい

(2)　$\overset{\frown}{MA} : \overset{\frown}{AN}=2:3$，$\angle CAB=60^\circ$ のとき，∠PAM の大きさを求めよ。

(3)　BC が円の中心を通るときを考える。円の半径を 5 cm，$MP=\sqrt{2}$ cm とするとき，PQ の長さを求めよ。